Agricultural Sci. J. 46 : 3/1 (Suppl.) : 485-488 (2015) ว. วิทย. กษ. 46 : 3/1 (พิเศษ) : 485-488 (2558)

# แบบจำลองทางคณิตศาสตร์การอบแห้งสาหร่ายสไปรูลิน่าในระหว่างการอบแห้งด้วยระบบสุญญากาศ
# Mathematical Models for Vacuum Drying Characteristics of *Spirulina platensis*

ฤทธิชัย อัศวราชันย์[1*]
Rittichai Assawarachan[1*]

## Abstract

This study aims to develop a mathematical model suitable for describing vacuum drying characteristics of *Spirulina platensis* at temperature range of 60, 70 and 80 °C having 2 mm. constant thickness of material drying layer, and 1 bar negative pressure. Fresh S. platensis samples at moisture 161 $\pm$ 171% d.b. were dried to about 11 $\pm$ 9% d.b. in about 150 to 480 minutes. The relationships between drying time and moisture reduction were analyzed using linear regression of five empirical mathematical models. Logarithmic model found to be the describing the vacuum drying characteristics of *S. platensis*. The model gave highest value of coefficient of determination (R2) with the least chi-square ($\chi^2$) and lowest root mean square error (RMSE)

**Keywords**: *Spirulina platensis*, vacuum drying, empirical model

## บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะในการศึกษาอิทธิพลของอุณหภูมิในการอบแห้งที่ 60, 70 และ 80 องศาเซลเซียส ตามลำดับ ที่ชั้นความหนาของสาหร่ายสไปรูลิน่าคงที่ ที่ 2.0 มิลลิเมตร การอบแห้งด้วยระบบสุญญากาศของสาหร่าย ความชื้นเริ่มต้นของประมาณ 1.61 $\pm$ 1.71 กรัม$_{\text{น้ำ}}$/กรัม$_{\text{น้ำหนักแห้ง}}$ อบแห้งจนเหลือความชื้น 0.11±0.09 กรัม$_{\text{น้ำ}}$/กรัม$_{\text{น้ำหนักแห้ง}}$ พบว่าเวลาที่ใช้ในการอบแห้งอยู่ในช่วง150 ถึง 480 นาที โดยศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการเปลี่ยนแปลงความชื้นของสาหร่ายสไปรูลิน่าในระหว่างการอบแห้งที่เวลาต่างๆ ด้วยวิธีวิเคราะห์แบบถดถอยของแบบจำลองเอมพิริคัล ทั้ง 5 รูปแบบ พบว่าแบบจำลองเอมพิริคัลของ Logarithmic มีความเหมาะที่สุดในการทำนายอัตราการเปลี่ยนแปลงความชื้น โดยมีค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ ($R^2$) มากที่สุด และค่าการลดลงไคกำลังสอง (Chi-Square, $\chi^2$) กับค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Square Error, RMSE) น้อยกว่าแบบจำลองเอมพิริคัลอื่นๆ

**คำสำคัญ**: สาหร่ายสไปรูลิน่า, การอบแห้งด้วยระบบสุญญากาศ, แบบจำลองเอมพิริคัล

## คำนำ

การอบแห้งเป็นกระบวนการแปรรูปที่เก่าแก่และใช้กันมาอย่างแพร่หลายจากอดีตจนถึงปัจจุบัน เนื่องจากการอบแห้งช่วยให้ผลิตภัณฑ์มีอายุการเก็บรักษาที่ยาวนานขึ้น โดยลดความชื้นในระดับที่สามารถยับยั้งการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์ที่ทำให้เกิดการเน่าเสียได้ นอกจากนั้นการอบแห้งยังช่วยลดปริมาตรของผลิตภัณฑ์ทำให้ลดค่าใช้จ่ายในการขนส่งและการเก็บรักษา การอบแห้งด้วยลมร้อนมีข้อจำกัดที่สำคัญ เนื่องจากใช้เวลาในการอบแห้งและมีผลกระทบต่อการสูญเสียคุณภาพของผลิตภัณฑ์ ทั้งนี้การอบแห้งเป็นหน่วยปฏิบัติการที่เกี่ยวข้องกับการถ่ายเทความร้อนและมวล ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การอบแห้งเป็นเครื่องมือสำคัญที่ช่วยในการวิเคราะห์และการจำลองการถ่ายเทความร้อนและมวลสารในระหว่างกระบวนการอบแห้งในระบบต่างๆ อย่างไงก็ตามยังขาดแคลนรายงานวิจัยที่เกี่ยวกับการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแบบจำลองเอมพิริคัลของการอบแห้งสาหร่ายสไปรูลิน่าด้วยเทคนิคการอบแห้งแบบผสมผสาน (Hybrid drying technology) ดังนั้นวัตถุประสงค์ในงานวิจัยนี้จึงวัตถุประสงค์ในการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การอบแห้งสาหร่ายสไปรูลิน่าในระหว่างการอบแห้งด้วยระบบสุญญากาศซึ่งเป็นการอบแห้งด้วยเทคนิคสุญญากาศร่วมกับการถ่ายเทความร้อน

[1] คณะวิศวกรรมและอุตสาหกรรมเกษตร มหาวิทยาลัยแม่โจ้ อ.สันทราย จ.เชียงใหม่ 50290
[1] Faculty of Engineering and Agro-Industry; Maejo University, Thailand [*]Correspondent: E-mail: rittichai.assawarachan@gmail.com

## อุปกรณ์และวิธีการ

### 1. การเตรียมตัวอย่างและการหาค่าความชื้น

นำตัวอย่างสาหร่ายสไปรูลิน่าจากฟาร์มเพาะเลี้ยงของมหาวิทยาลัยแม่โจ้นำมาล้างทำความสะอาดแล้วนำไปหมุนเหวี่ยงเพื่อไล่น้ำออกก่อนนำไปทดลอง ความชื้นเริ่มต้นของสาหร่ายสไปรูลิน่าจำนวน 1.0 กรัม ใส่ในถ้วยอะลูมิเนียมขนาด 3 ออนด์ ที่ผ่านการอบเพื่อไล่ความชื้น จากนั้นนำไปอบแห้งด้วยตู้อบลมร้อน (Memmert model 500/108I) ที่อุณหภูมิ 105±2 องศาเซลเซียส เป็นเวลา 24 ชั่วโมง (AOAC, 2010) การวิเคราะห์ด้วยวิธี Static desiccator isotherm method หรือวิธีเ ชิงสถิตย์ เป็นวิธีที่วัสดุเข้าสู่จุดสมดุลกับสภาพแวดล้อมโดย ปราศจากการรบกวนทางด้านพลศาสตร์ของอากาศ นั่นคือการ ปล่อยให้ผลผลิตสัมผัสกับอากาศแวดล้อม (สารละลายเกลือเข้มข้น) จนกว่าจะถึงจุดสมดุล หลังจากนั้นจึงมีการวัดความชื้นของวัสดุ ณ จุดสมดุล

Figure 1 Photography of sample preparation for AOAC method of moisture content determining

### 2. การอบแห้งสาหร่ายสไปรูลิน่าด้วยระบบการอบแห้งระบบสุญญากาศ

แบบจำลองทางเอมพิริคัลการอบแห้งของสาหร่ายสไปรูลิน่าเป็นการจำลองสภาวะการอบแห้งระบบสุญญากาศ งานวิจัยนี้ถูกศึกษาในรูปความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความชื้น (MR) และเวลาที่ใช้ในการอบแห้งซึ่งมีรูปแบบความสัมพันธ์ดังแสดงในสมการที่ 1

$$MR = \frac{M_t - M_e}{M_i - M_e} \qquad (1)$$

เมื่อ $MR$ คือ อัตราส่วนความชื้น $M_t$, $M_i$ และ $M_e$ คือความชื้นที่เวลาใดๆ ความชื้นเริ่มต้น และความชื้นสมดุลตามลำดับ โดยแบบจำลองเอมพิริคัลด้วยเทคนิคการปรับเส้นโค้ง การวิเคราะห์ความแม่นยำของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการทำนายค่าอัตราส่วนความชื้นที่เปลี่ยนแปลงไปใช้ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (coefficient of determination, $R^2$), ค่าไคกำลังสอง (chi-square, $\chi^2$) และค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (root mean square error, *RMSE*) (Pongtong *et al*., 2011)

Figure 2 Photography of materials and methods for dried spirulina platensis in a laboratory vacuum dryer

## ผล

จากการศึกษาพบว่า ค่าความชื้นเริ่มต้นของสาหร่ายสไปรูลิน่าสดเท่ากับ 1.61±1.71 อบแห้งจนเหลือความชื้น 0.11±0.09 กรัม$_{\text{น้ำ}}$/กรัม$_{\text{น้ำหนักแห้ง}}$ พบว่าเวลาที่ใช้ในการอบแห้งอยู่ในช่วง150 ถึง 480 นาที ในระหว่างการอบแห้งด้วยวิธีสุญญากาศ ที่อุณหภูมิ 60, 70, 80 องศาเซลเซียส และชั้นความหนาคงที่ ที่ 2.0 มิลลิเมตร ภายใต้แรงดันสุญญากาศ 0.1 บาร์ พบว่าอัตราการอบแห้งของการอบแห้งสาหร่ายสไปรูลิน่า มีค่าเท่ากับ 0.0692, 0.1063 และ 0.1152 กรัม$_{\text{น้ำ}}$/กรัม$_{\text{น้ำหนักแห้ง}}$ต่อนาที ที่อุณหภูมิ 60, 70, 80 องศาเซลเซียส ตามลำดับ สาหร่ายสไปรูลิน่าสดมีน้ำเป็นองค์ประกอบหลัก งานวิจัยนี้จึงเป็นการเปลี่ยนแปลงความชื้นในระหว่างการอบแห้งที่อุณหภูมิคงที่ (adiabatic drying process) ในช่วงเดียวกับอุณหภูมิที่สอดคล้อง

กับอุณหภูมิของการเปลี่ยนแปลงสถานะของน้ำ เนื่องจากเมื่อน้ำอยู่ภายใต้สภาวะแรงดันสุญญากาศ ที่ระดับ 0.1 บาร์ อุณหภูมิที่ใช้ในการเปลี่ยนแปลงสถานะจะมีอยู่ที่ช่วงอุณหภูมิ 59.8-62.50 องศาเซลเซียส ดังนั้นเมื่อเปรียบเทียบกับอัตราการอบแห้งและอุณหภูมิในการอบแห้งพบว่า เมื่ออุณหภูมิเพิ่มสูงขึ้น 10 องศาเซลเซียส (เพิ่มจากช่วงอุณหภูมิ 60 เพิ่มเป็น 70 องศาเซลเซียส ) อัตราการอบแห้งจะเพิ่มขึ้น 53.62% และเมื่ออุณหภูมิเพิ่มสูงขึ้น 10 องศาเซลเซียส จากอุณหภูมิ 70 เพิ่มเป็น 80 องศาเซลเซียส อัตราการอบแห้งจะเพิ่มขึ้น เท่ากับ 13.41% ดังนั้นอุณหภูมิที่มีประสิทธิภาพสูงสุดในถ่ายเทพลังงานให้กับสาหร่ายสไปรูลิน่าในระหว่างการอบแห้งระบบสุญญากาศ ที่ 70 องศาเซลเซียส เนื่องจากมีประสิทธิภาพเชิงพลังงานในการถ่ายเทความร้อนและมวลสารมากที่สุด รวมถึงมีสมดุลของการดูดซับพลังงานในการเปลี่ยนแปลงสถานะได้ดี ในขณะที่การใช้อุณหภูมิที่ ที่อุณหภูมิ 80 องศาเซลเซียส สาหร่ายสไปรูลิน่าจะได้รับพลังงานที่มากเกินกว่าค่าความร้อนแฝงในการระเหย (latent heat of vaporization) และไม่สามารถดูดซับพลังงานทั้งหมด จึงมีพลังงานร้อนที่หลงเหลือในระบบ และพลังงานความร้อนที่หลงเหลือนี้ส่งผลกระทบต่อการเปลี่ยนแปลงคุณภาพของสาหร่ายสไปรูลิน่าอบแห้งในระหว่างการอบแห้งด้วยวิธีสุญญากาศ (Lee and Kim, 2009; Pongtong *et al.*, 2011)

การวิเคราะห์อัตราส่วนความชื้นของสาหร่ายสไปรูลิน่าในระหว่างการอบแห้งด้วยการวิเคราะห์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะเป็นการจำลองสภาวะการถ่ายเทความร้อนและการถ่ายมวลความชื้นในระหว่างกระบวนการอบแห้งด้วยวิธีสุญญากาศ การวิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้การวิเคราะห์แบบสมการถดถอยที่ไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear regression) เพื่อหาแบบจำลองเอมพิริคัลที่เหมาะสม ทั้ง 5 ชนิด ได้แก่ Newton, Page, modified Page Logarithimic และ Midilli *et al*. โดยการวิเคราะห์แบบจำลองเอมพิริคัลที่เหมาะสมใช้ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจสูงสุด ($R^2$), ค่าไคกำลังสอง ($\chi^2$) และค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (*RMSE*) เป็นดัชนีบ่งบอกความแม่นยำในการทำนายค่าอัตราส่วนความชื้นที่เปลี่ยนแปลงไป ผลการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองเอมพิริคัล และการวิเคราะห์ความแม่นยำของแบบจำลองทางสถิติ (Table 1) ผลการศึกษาพบว่าแบบจำลองของ Logarithimic มีความแม่นยำในการทำนายพฤติกรรมการอบแห้งสาหร่ายสไปรูลิน่าได้ดีที่สุด เนื่องจากให้ค่า $R^2$ สูงสุด โดยมีค่าอยู่ในช่วง 0.9928 - 0.9985 ในขณะที่ค่า $\chi^2$ และค่า *RMSE* มีค่าระหว่าง $3.2\times10^{-4}$ – $12.4\times10^{-4}$ และ 0.0149 - 0.0309 ตามลำดับ ซึ่งมีค่าต่ำกว่าแบบจำลองเอมพิริคัลชนิดอื่นๆ สอดคล้องกับรายงานวิจัยของ Assawarachan *et al.* (2013) พบว่าแบบจำลองของ Logarithimic เป็นแบบจำลองที่เหมาะสมในการทำนายอัตราการเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนความชื้นของวัสดุชีวภาพในระหว่างการอบแห้ง ด้วยเทคนิค hybrid drying technology ที่มีกลไกการแพร่มวลความชื้นที่มีในสถานะของเหลวของมวลความชื้นชั้นใน และการแพร่ที่มีการเปลี่ยนแปลงสถานะจากของเหลวกลายเป็นไอน้ำก่อนจะแพร่สู่ผิวหน้า สอดคล้องกับงานวิจัยของการอบแห้งหัวไชเท้าแผ่นระบบสุญญากาศ (Lee and Kim, 2009)

**Table 1** Regression coefficients of mathematical models for dried spirulina platensis during vacuum drying

| Drying model | T (°C) | Empirical drying model constants | Analytical parameters | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | $R^2$ | $\chi^2$x$10^{-3}$ | *RMSE* |
| Newton MR = exp (-*k* t) | 60 | *k* =0.0161 | 0.9782 | 0.303 | 0.0169 |
| | 70 | *k* =0.0277 | 0.9883 | 0.361 | 0.0184 |
| | 80 | *k* =0.0743 | 0.9734 | 1.562 | 0.0381 |
| Page MR = exp (-*k* $t^n$) | 60 | *k* =0.0158, *n* = 1.0045 | 0.9881 | 0.322 | 0.0169 |
| | 70 | *k* =0.0343, *n* = 0.9437 | 0.9985 | 0.300 | 0.0162 |
| | 80 | *k* =0.0509, *n* = 1.1428 | 0.9884 | 1.194 | 0.0351 |
| modified Page MR = exp $(-k\ t)^n$ | 60 | *k* =0.00161, *n* =1.0044 | 0.9831 | 0.274 | 0.0175 |
| | 70 | *k* =0.0281, *n* =0.9437 | 0.9832 | 0.552 | 0.0213 |
| | 80 | *k* =0.0639, *n* = 1.1428 | 0.9875 | 1.164 | 0.0457 |
| Logarithimic MR = exp (-*k*$t^n$)+c | 60 | *k* =0.0171, *a* = 1.0085, *c* =0.0146 | 0.9985 | 0.271 | 0.0175 |
| | 70 | *k* =0.0281, *a* = 0.9729, *c* =0.0113 | 0.9978 | 0.318 | 0.0163 |
| | 80 | *k* =0.0832, *a* = 1.0072, *c* =0.0301 | 0.9928 | 1.204 | 0.0309 |
| Midilli et al. MR = a exp (-*k* $t^n$) +bt | 60 | *k* =0.0066, *n* =0.7291, *a* = 1.34, b = -0.0001 | 0.9782 | 8.645 | 0.0819 |
| | 70 | *k* =0.0166, *n* =1.1188, *a* = 0.97, b = 0.0001 | 0.9785 | 0.811 | 0.0249 |
| | 80 | *k* =0.201, *n* =1.5427, *a* = 1.53, b = 0.0004 | 0.9529 | 27.463 | 0.1419 |

## วิจารณ์ผล

การศึกษาคุณลักษณะการอบแห้งสาหร่ายสไปรูลิน่าในระหว่างการอบแห้งระบบสุญญากาศ พบว่าการอบแห้งที่อุณหภูมิ 70 องศาเซลเซียส มีประสิทธิภาพเชิงพลังงานในการถ่ายเทความร้อนและมวลสารได้ดีที่สุด การวิเคราะห์แบบถดถอยของแบบจำลองเอมพิริคัล พบว่าแบบจำลองเอมพิริคัลของ Logarithmic มีความเหมาะที่สุดในการทำนายอัตราการเปลี่ยนแปลงความชื้น โดยมีค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ ($R^2$) มากที่สุด และค่าการลดลงไคกำลังสอง (Chi-Square, $\chi^2$) กับค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) น้อยกว่าแบบจำลองเอมพิริคัลอื่นๆ

## เอกสารอ้างอิง


AOAC. 2010. Official Methods of Analysis. 18th ed.The Association of Official Analytical Chemists, Washington, DC., USA.

Assawarachan, R., M. Nookong, N. Chailungka and D. Amornlerdpison. 2013. Effect of microwave power on the drying characteristics, color and phenolic content of *Spirogyra* sp. *International Journal of Food, Agriculture & Environment* **11(1): 1-4.**

Lee, J.H and H.J. Kim. 2009. Vacuum drying kinetics of Asian white radish (*Raphanus sativus* L.) slices. *LWT* 42(1): 180-186.

Pongtong, K., R. Assawarachan and A. Noomhorm. 2011. Mathematical models for vacuum drying characteristics of pomegranate aril. *Journal of Food Science and Engineering* 1(1): 11-19.