

## สมการจลนศาสตร์ของการอบแห้งลิ้นจี่

## Drying Kinetics of Lychee

อารีย์ อัจฉริยวิริยะ<sup>1</sup> ทิวะ อัจฉริยวิริยะ<sup>1</sup> และ บัญชา พุทธกาล<sup>1</sup>Aree Achariyaviriya<sup>1</sup>, Siva Achariyaviriya<sup>1</sup> and Bancha Puttakran<sup>1</sup>

## Abstract

In this research, the drying kinetics equation of lychee with hot air in the different models such as theoretical model, semi- theoretical model and empirical model were studied. The parameters of those models were determined and developed by base on an Arrhenius type equation, polynomial and exponential as a function of temperature. The value of the required parameters were determined by fitting the propose models to the experimental data. The moisture ratios calculated from each model were compared with experimental results. It was shown that the empirical model (using Page type equation) was in good agreement to the experiment. The effect of temperature on color change in rind of dry lychee was investigated. The yellowness (b) was found to be practically independent of drying temperature but lightness (L) and redness (a) values were decreased as drying temperature increase.

**Keywords:** Dehydration, Fruits

## บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาสมการจลนศาสตร์ของการอบแห้งลิ้นจี่ด้วยลมร้อน โดยทำการวิเคราะห์ด้วยสมการทางทฤษฎี สมการกึ่งทฤษฎี และสมการเอมไพริคัล พร้อมทั้งพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพารามิเตอร์ต่างๆ ของสมการดังกล่าวเป็นฟังก์ชันกับอุณหภูมิในรูปแบบที่แตกต่างกัน และเปรียบเทียบอัตราส่วนความชื้นจากการทดลองกับค่าที่คำนวณ ซึ่งพบว่าสมการเอมไพริคัลสามารถใช้ทำนายอัตราการอบแห้งได้ดีที่สุด นอกจากนี้ยังพบว่าการอบแห้งลิ้นจี่เมื่อใช้อุณหภูมิอบแห้งสูงขึ้น ทำให้สีเปลือกลิ้นจี่แห้งมีค่า L และ a ลดลง แต่ค่า b ไม่เปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิ และสมการความสัมพันธ์ของความหนาแน่นปรากฏกับความชื้นเป็นลักษณะสมการเชิงเส้น

## คำนำ

นักวิจัยหลายท่านได้การศึกษากลไกการอบแห้ง และพัฒนาแบบจำลองเพื่อใช้ในการทำนายการอบแห้งผลผลิตเกษตร โดยนำสมการการแพร่ความชื้นตามกฎของ Fick อธิบายการถ่ายเทมวลภายในวัสดุ และจำลองสภาวะการอบแห้ง ซึ่งการอบแห้งอยู่ในช่วงอัตราการอบแห้งลดลง โดยถือค่าสัมประสิทธิ์การแพร่โดยรวม (D) มีค่าคงที่ และไม่คำนึงถึงเกรเดียนต์ของอุณหภูมิ (Raghavan *et al.*, 1995; Azzou *et al.*, 1998) โดยมีสมมติฐานว่าวัสดุเป็นเนื้อเดียวกัน และมีรูปทรงเรขาคณิตมาตรฐาน

การตรวจเอกสารพบว่า Huahai and Changyou (1999) ได้ทำการทดลองอบแห้งลิ้นจี่ด้วยลมร้อน โดยแยกเป็นส่วน (เปลือก เนื้อ และเมล็ด) เพื่อศึกษาคุณลักษณะการอบแห้ง Sitthiphong *et al.* (1992) ทำการทดลองและพัฒนาแบบจำลองความชื้นสมดุลไอโซเทอมของลิ้นจี่และผลผลิตทางการเกษตรอื่นๆ

วัตถุประสงค์ในการศึกษาสมการจลนศาสตร์ของการอบแห้งลิ้นจี่ การวิเคราะห์ใช้สมการทางทฤษฎี สมการกึ่งทฤษฎี และสมการเอมไพริคัล และพัฒนาแบบจำลองของค่าต่างๆ ของสมการดังกล่าวเป็นฟังก์ชันกับอุณหภูมิในรูปแบบที่แตกต่างกัน อีกทั้งศึกษาอิทธิพลของอุณหภูมิที่มีต่อสีเปลือกลิ้นจี่หลังการอบแห้งและสมการความหนาแน่นปรากฏเป็นฟังก์ชันกับความชื้นของลิ้นจี่ การศึกษานี้มีประโยชน์นำไปใช้ออกแบบเครื่องอบแห้ง และพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการอบแห้งลิ้นจี่

## อุปกรณ์และวิธีการ

## การเตรียมตัวอย่าง

ในการศึกษาใช้ลิ้นจี่พันธุ์สงขลาโดยทำการคัดเลือกลิ้นจี่ที่มีขนาดผลสม่ำเสมอเส้นผ่าศูนย์กลางเฉลี่ย 33 มิลลิเมตร (หรือขนาด 45 ผล/กิโลกรัม) นำมาแช่ในสารละลายไฮโดรริกความเข้มข้น 0.5 N เป็นเวลา 15 นาที แล้วนำไปเก็บไว้ในห้องเย็นที่อุณหภูมิ 4 °C. เป็นเวลา 1 สัปดาห์ (เบญจมาศ, 2544) ตัวอย่างที่ได้มีความชื้นอยู่ในช่วง 300 ถึง 350% มาตรฐานแห้ง

<sup>1</sup> ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ เชียงใหม่ 50200.

Mechanical Engineering Department, Chiangmai University, Thailand, 50200. Tel 66-53-944146. Fax 66-53-944145.

### การทดลอง

การทดลองหาความหนาแน่นปรากฏ โดยการนำตัวอย่างเทลงในภาชนะที่มีปริมาตร  $0.03 \text{ m}^3$  ให้เต็มพอดี พร้อมทั้งการบันทึกน้ำหนักของตัวอย่าง ทำการทดลองเช่นนี้กับตัวอย่างที่มีความชื้นแตกต่างกันทุกช่วงประมาณ 30%db จนกระทั่งตัวอย่างมีความชื้นประมาณ 10%db (ตัวอย่างที่ใช้ผ่านการอบแห้งที่อุณหภูมิ  $70^\circ\text{C}$ .)

ทดลองอบแห้งตัวอย่างด้วยอุปกรณ์ทดสอบอัตราการอบแห้งที่อุณหภูมิ 60 70 80 90 และ  $100^\circ\text{C}$ . ความเร็วลม  $1.0 \text{ m/s}$  ทำการทดลอง 4 ชั่วโมง เก็บข้อมูลดังนี้ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของตัวอย่างก่อนและหลังอบแห้ง อุณหภูมิลมร้อนและอากาศแวดล้อมหนักของตัวอย่างขณะอบแห้งในช่วงเวลาต่างๆ ทดลองอบจนตัวอย่างเหลือความชื้น 20%db การชั่งน้ำหนักใช้เครื่องชั่งอิเล็กทรอนิกส์มีความละเอียด  $\pm 0.01$  กรัม และการหาค่าน้ำหนักแห้งของตัวอย่างใช้ตู้อบลมร้อน (hot air oven) อบตัวอย่างที่อุณหภูมิ  $103^\circ\text{C}$ . เป็นเวลา 72 ชั่วโมง

การวัดสีเปลือกของตัวอย่างด้วยเครื่อง Color Quest II Hunter แสดงสีที่วัดด้วยค่า L (ความสว่าง) a (ความเป็นสีแดง-สีเขียว) และ b (ความเป็นสีเหลือง-สีน้ำเงิน) นำตัวอย่างหลังการอบแห้งที่มีความชื้นประมาณ 20%db จำนวน 30 ตัวอย่าง ทำการวัดสีของเปลือก แต่ละตัวอย่างวัด 6 ครั้งที่ตำแหน่งแตกต่างกัน แล้วหาค่าเฉลี่ยของ L, a และ b พร้อมทั้งวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) เพื่อหาค่าความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $P \leq 0.05$ )

### การพัฒนาสมการจลนศาสตร์ของการอบแห้ง

สมการจลนศาสตร์ของการอบแห้งลึ้นทางทฤษฎี พิจารณาให้ลึ้นจึมีรูปทรงเป็นทรงกลม ค่าตอบของสมการอนุพันธ์การแพร่ความชื้นตามกฎของ Fick ในรูปของอัตราส่วนการแพร่ความชื้นเฉลี่ย คือ

$$\overline{MR} = \left( \frac{6}{\pi^2} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n^2} \right) \exp \left( \frac{-n^2 \pi^2}{r_0^2} Dt \right) \quad (1)$$

เมื่อ MR คือ อัตราส่วนความชื้นเฉลี่ยไร้หน่วย, t คือ เวลา (h), D คือค่าสัมประสิทธิ์การแพร่โดยรวม ( $\text{m}^2/\text{h}$ ) และ  $r_0$  คือรัศมีของทรงกลม (m)

นักวิจัยหลายท่านสรุปตรงกันว่า อุณหภูมิมีอิทธิพลต่อค่าสัมประสิทธิ์การแพร่โดยรวม ซึ่งสมการความสัมพันธ์นี้แสดงได้ด้วยสมการของ Arrhenius ดังสมการ (2)

$$D = D' \exp \left( \frac{-E_a}{R(T + 273.15)} \right) \quad (2)$$

เมื่อ  $D'$  คือ Arrhenius factor ( $\text{m}^2/\text{h}$ ),  $E_a$  คือ พลังงานของการกระตุ้น (kJ/mole), R คือ ค่านิจสากลของก๊าซมีค่าเท่ากับ  $8.314 \text{ kJ/mol-K}$  และ T คือ อุณหภูมิ ( $^\circ\text{C}$ .)

สมการจลนศาสตร์ของการอบแห้งลึ้นทางทฤษฎี จากการสร้างแบบจำลองการอบแห้งโดยสมมติว่าอัตราการอบแห้งภายใต้สภาวะคงที่แปรผันเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความแตกต่างของความชื้นและความชื้นสมดุล ได้สมการ (3)

$$\overline{MR} = \exp(-Kt) \quad (3)$$

สมการจลนศาสตร์ของการอบแห้งเอมไพริคัลใช้รูปแบบสมการของ Page ดังสมการ (4)

$$\overline{MR} = \exp(-kt^n) \quad (4)$$

เมื่อ K, k คือ ค่าคงที่ของการอบแห้ง ( $\text{h}^{-1}$ ) และ n คือ ค่าคงที่

การพัฒนาแบบจำลองของค่า D และค่าคงที่ต่างๆ (K, k และ n) ของสมการ (2) (3) และ (4) ตามลำดับ เป็นฟังก์ชันกับอุณหภูมิในรูปแบบที่แตกต่างกัน โดยการนำ curve fitting ข้อมูลเหล่านั้นที่คำนวณได้จากสมการจลนศาสตร์ของการอบแห้งโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

สมการความชื้นสมดุลใช้รูปแบบสมการของ Henderson (1952) ในการทำนายความชื้นสมดุล (Sittthiphong *et al.*, 1992) ดังสมการ (5)

$$1 - RH = \exp[-0.01428 TM_{cq}] \quad (5)$$

เมื่อ RH คือ ความชื้นสัมพัทธ์อากาศ (ทศนิยม) และ  $M_{cq}$  คือ ความชื้นสมดุล (ทศนิยม)

**สมการความหนาแน่นปรากฏ**

วัสดุเกษตรส่วนมากความหนาแน่นปรากฏ ( $\rho$ ) มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับความชื้น (Lozano *et al.*, 1998) ดังสมการ (6)

$$\rho = a + bM \tag{6}$$

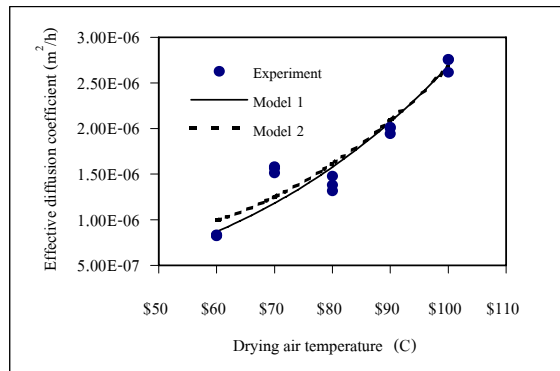
เมื่อ  $\rho$  คือ ความหนาแน่นปรากฏ ( $\text{kg/m}^3$ ) a และ b คือ ค่าคงที่หาได้จากการทำ curve fitting จากข้อมูลการทดลองโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

**ผลและวิจารณ์**

การอบแห้งลื่นจีอยู่ในช่วงอัตราการอบแห้งลดลง อุณหภูมิของลื่นจีเข้าใกล้อุณหภูมิความร้อนหลังการอบผ่านไป 2-4 ชั่วโมง เมื่อสิ้นสุดการอบลื่นจีมีการหดตัวประมาณ 20% โดยปริมาตรของลื่นจีสด (อบที่อุณหภูมิ 70 °ซ.) ความหนาแน่นปรากฏของลื่นจีมีค่าลดลงตามความชื้นเป็นสมการเชิงเส้นและจากการวิเคราะห์สมการ (6) ได้ค่าคงที่ a และ b มีค่าเท่ากับ 272.78 และ 1.1197 ตามลำดับ ( $R^2=0.93$ )

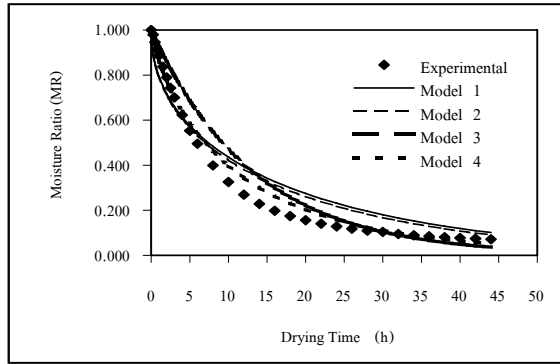
ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่โดยรวม (D) ค่าคงที่การอบแห้ง (K และ k) และค่าคงที่ p ของสมการ (2) (3) และ (4) เมื่อนำมาหาความสัมพันธ์กับอุณหภูมิอบแห้งได้ผลดังตารางที่ 1 แต่ละแบบจำลองให้ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่สูง ( $R^2>0.90$ )

ภาพที่ 1 เปรียบเทียบกับค่า D ที่คำนวณจากการทดลองกับค่าที่คำนวณจากแบบจำลองที่ 1 และ 2 พบว่าสมการแบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 ให้ค่า D ใกล้เคียงกับค่าที่คำนวณจากผลการทดลอง โดยค่า D จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามอุณหภูมิ



**ภาพที่ 1** การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การแพร่โดยรวมที่ได้จากการคำนวณจากผลการทดลองและแบบจำลองต่างๆ

ภาพที่ 2 เปรียบเทียบกับค่าอัตราส่วนความชื้น (MR) จากผลการทดลองกับค่าคำนวณจากสมการ (2), (3) และ (4) ที่อุณหภูมิ 70 °ซ. พบว่าค่า MR ที่คำนวณจากสมการ (2) โดยใช้ค่า D จากแบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 MR ให้ค่าใกล้เคียงกับผลการทดลองในลักษณะเดียวกัน คือในช่วงแรกที่ MR สูงกว่า 0.5 และช่วงหลังที่ MR ต่ำกว่า 0.1 ในช่วงกลางค่า MR จะสูงกว่าผลการทดลองอย่างเห็นได้ชัด คำนวณ MR จากสมการ (3) โดยใช้แบบจำลองที่ 3 ในช่วงแรกให้ค่า MR ที่แตกต่างจากผลการทดลองมาก จนกระทั่ง MR ต่ำกว่า 0.15 จึงจะให้ค่าที่ใกล้เคียงกัน และจากการคำนวณโดยใช้ค่า k และ n จากแบบจำลองที่ 4 ในสมการ (4) พบว่าค่า MR ที่ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากตลอดช่วงเวลาของการอบแห้ง



**ภาพที่ 2** การเปรียบเทียบค่าอัตราส่วนความชื้นจากผลการทดลองและการคำนวณจากสมการแบบต่างๆ ที่อุณหภูมิ 70 °ซ.

การวัดค่าสี่เปลือกลิ้นจี่ก่อนและหลังอบแห้งหลังอบแห้ง (ตารางที่ 2) พบว่าอุณหภูมิมีผลต่อค่า L, a และ b ของสี่เปลือกลิ้นจี่อบแห้ง โดยเมื่ออุณหภูมิอบแห้งสูงขึ้นทำให้ค่า L และ a มีค่าลดลง แต่ค่า b ไม่เปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิ และจากการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) สี่เปลือกลิ้นจี่พบว่าค่า L ที่อุณหภูมิอบแห้ง 60 70 และ 80 °ซ. และค่า a ที่อุณหภูมิอบแห้ง 60, 70 และ 70, 80 °ซ. ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $P \leq 0.05$ ) ในขณะที่ค่า b ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $P \leq 0.05$ ) สำหรับทุกอุณหภูมิที่ทดลอง

**ตารางที่ 1** สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสัมประสิทธิ์การแพร่โดยรวม (D) และค่าคงที่ต่างๆ ของสมการจลศาสตร์การอบแห้งลิ้นจี่

แบบจำลอง	สมการ	R <sup>2*</sup>
แบบจำลองที่ 1	$D = 0.031935 \exp\left(\frac{-29113.47}{R(T + 273.15)}\right)$	0.922
แบบจำลองที่ 2	$D = 0.0000017 - 4.40265 \times 10^{-8} T + 5.3729076 \times 10^{-10} T^2$	0.916
แบบจำลองที่ 3	$K = 13890.06 \exp\left(\frac{-4160.45}{(T + 273.15)}\right)$	0.949
แบบจำลองที่ 4	$p = -33.88469 + 1.7169633T - 0.0321353T^2 + 0.0002642T^3 - 8.0423304 \times 10^{-7} T^4$	0.991
	$n = 0.7003686 + 0.0535736T - 0.001909T^2 + 0.0000228T^3 + 8.8694603 \times 10^{-8} T^4$	0.926

$$*R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n [(MR_{pv})_i - (MR_{cv})_{av}]^2}{\sum_{i=1}^n [(MR_{cv})_i - (MR_{cv})_{av}]^2}$$

**ตารางที่ 2** การวัดค่าสี่เปลือกลิ้นจี่ก่อนและหลังอบแห้งที่อุณหภูมิต่างๆ

อุณหภูมิ (°C)	ก่อนการอบแห้ง			หลังการอบแห้ง		
	L	a	b	L	a	b
60	34.02 <sup>a</sup> ± 0.99	23.23 <sup>a</sup> ± 0.70	11.91 <sup>a</sup> ± 1.06	33.56 <sup>a</sup> ± 1.07	22.22 <sup>a</sup> ± 1.41	9.88 <sup>a</sup> ± 1.35
70	34.06 <sup>a</sup> ± 1.01	24.66 <sup>a</sup> ± 1.66	12.13 <sup>a</sup> ± 1.32	32.67 <sup>a</sup> ± 2.18	20.54 <sup>ab</sup> ± 1.03	11.21 <sup>a</sup> ± 1.12
80	33.54 <sup>a</sup> ± 1.58	22.26 <sup>a</sup> ± 2.23	11.91 <sup>a</sup> ± 1.48	31.49 <sup>a</sup> ± 1.32	18.69 <sup>b</sup> ± 1.69	11.01 <sup>a</sup> ± 1.46
90	33.70 <sup>a</sup> ± 1.61	24.61 <sup>a</sup> ± 1.77	13.96 <sup>a</sup> ± 1.76	28.44 <sup>b</sup> ± 1.21	16.81 ± 0.82	9.24 <sup>a</sup> ± 0.82
100	33.16 <sup>a</sup> ± 1.37	25.25 <sup>a</sup> ± 3.03	12.45 <sup>a</sup> ± 0.48	28.82 <sup>b</sup> ± 0.93	13.84 ± 0.40	10.19 <sup>a</sup> ± 0.58

หมายเหตุ ตัวอักษรที่เหมือนกันอยู่ในแนวคอลัมน์เดียวกันหมายถึงไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่  $P > 0.05$

### สรุป

สมการจลนศาสตร์ของการอบแห้งซึ่งเป็นสมการเอมไพริคัลใช้ทำนายอัตราการอบแห้งได้ดีที่สุดแต่มีข้อจำกัดในเรื่องเงื่อนไขการอบแห้งที่ต้องตรงกับสภาวะการทดลอง ดังนั้นจึงทำให้สมการทางทฤษฎีสามารถนำไปใช้งานได้กว้างกว่า สำหรับอุณหภูมิอบแห้งที่สูงขึ้นทำให้สัมประสิทธิ์การเคลื่อนที่ของน้ำ  $L$  และ  $a$  ลดลง แต่ค่า  $b$  ไม่เปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิ นอกจากนี้สมการความหนาแน่นปรากฏมีความสัมพันธ์เป็นสมการเชิงเส้นกับความชื้น

### เอกสารอ้างอิง

- เบญจมาศ พวงสมบัติ. 2544. การพัฒนากระบวนการผลิตลิ้นจี่อบแห้งทั้งเปลือกและอายุการเก็บรักษา. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท. คณะเกษตรศาสตร์. มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. 159 หน้า.
- Azzouz, S., W. Jomaa and A. Belghith. 1998. Drying kinetic equation of single layer of grapes. Drying. B: 988-997.
- Henderson, S.M. 1952. A basic concept of equilibrium moisture. Agr. Eng. 33: 29-31.
- Huahai, Z., and L. Changyou. 1999. Experimental research on drying characteristics of litchi. Drying Tech. 17: 1915-1925.
- Lozano, J.E., E. Rotstein and M.J. Urbicain. 1983. Shrinkage, porosity and bulk density of food stuffs at changing moisture content. J. Food. Sci. 48: 1497-1502.
- Raghavan, G.S.V., T.N. Tulasidas, Sablani and H.S. Ramaswamy. 1995. A method of determination of concentration dependent effective moisture diffusivity. Drying Tech. 13: 1477-1488.
- Sithipong, N., A. Hirun, W. Klongpanich, P. Thertoon, T. Siratanapanta, S. Thavornun and S. Kamalaspitak. 1992. Multi-crop Dryers Project. Final report (phase 2). Department of Mechanical Engineering. Chiang Mai University. 179 p.