

## สมดุลความชื้นและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระเจี๊ยบแดง

Equilibrium moisture content and mathematical model of Roselle (*Hibiscus sabdariffa L.*)

ภาณุพงศ์ บุญเพียร<sup>1</sup> และนรังค์ อั่งกิมบัวน<sup>2</sup>  
Panupong Boonpain<sup>1</sup> and Narong Uengkimbuan<sup>2</sup>

### Abstract

The relationship between relative humidity and moisture content of agricultural products is essential to determine the suitable condition in the drying process research. The equilibrium moisture content of Roselle (*Hibiscus sabdariffa L.*) was investigated using the static method at temperature of 40, 50 and 60 °C for the range of relative humidities of saturated salt solutions, 0.05 to 0.95 percent. The experimental data were compared with six mathematical models (Modified Brunauer-Emmett-Teller (MBET), Modified Chung-Pfost (MCE), Modified Guggenheim-Anderson-de Boer (MGAB), Modified Halsey (MHE), Modified Henderson (MHDE) and Modified Oswin (MOS)). A nonlinear regression analysis method was used to evaluate the constants of equations. The MHE model was the best model describing the equilibrium moisture content for Roselle having coefficient of determination ( $R^2$ ), standard error of estimate (SEE) and mean relative error (MRE) of 0.9917, 0.0554 and 26.20%, respectively.

**Keywords:** Roselle, equilibrium moisture content, mathematical model

### บทคัดย่อ

ความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นสัมพัทธ์ของอากาศและความชื้นของผลิตภัณฑ์ทางการเกษตร เป็นสิ่งสำคัญต่อการหาสภาวะที่เหมาะสมในการอบแห้ง วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้ เพื่อศึกษาหาสมดุลความชื้นของกระเจี๊ยบแดงที่ความชื้นสัมพัทธ์ต่างๆ โดยที่ความชื้นสมดุลของกระเจี๊ยบแห้งได้ด้วยวิธีสถิติที่อุณหภูมิ 40 50 และ 60 องศาเซลเซียส ในช่วงความชื้นสัมพัทธ์ระหว่าง 0.05 ถึง 0.95 โดยใช้สารละลายเกลืออิมิตะชนิดต่างๆ นำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 6 แบบ (MBET MCE MGAB MHE MHDE และ MOS) แล้วใช้วิธีการวิเคราะห์แบบไม่เป็นเชิงเส้นเพื่อหาค่าคงที่ในแต่ละสมการ พบว่าแบบจำลอง MGAB เป็นแบบจำลองที่ดีที่สุดในการอธิบายความชื้นสมดุลของกระเจี๊ยบแดง โดยให้ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ ( $R^2$ ) ค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐานของกากพยากรณ์ (SEE) และค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ย (MRE) เท่ากับ 0.991737 0.055409 และ 26.20% ตามลำดับ

**คำสำคัญ:** กระเจี๊ยบแดง สมดุลความชื้น แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

### คำนำ

กระเจี๊ยบแดง (Roselle) มีชื่อวิทยาศาสตร์ว่า *Hibiscus sabdariffa Linn* อุํยานวงศ์ Malvaceae (สุนทรี, 2535) กระเจี๊ยบแดงเป็นไม้พุ่มขนาดเล็ก สูงราว 3-6 ศอก ลำต้น และกิ่งก้านมีสีม่วงแดง ในเมื่อขوبใบเรียบ บางครั้งมีหยักเว้า 3 หยัก ด้วยกัน ดอกสีชมพู การปลูกใช้เมล็ดปลูก ปลูกได้หลายภูมิภาค ควรปลูกช่วงปลายฤดูฝน เพราะเป็นพืชที่ไม่ต้องการน้ำมากนัก กระเจี๊ยบแดงนอกจากจะใช้ทานเล่น และใช้สมน้ำแก้กระหายแล้ว ยังมีสรรพคุณทางยาด้านอื่นๆ อีก เช่น การลดไขมันในเส้นเลือด (Lin et al., 2005) การลดความดันโลหิต (Herrera et al., 2004) แม้ว่ากระเจี๊ยบแดงจะมีผลผลิตเกือบทั้งปี แต่ด้วยสรรพคุณต่างๆ ปริมาณการบริโภคจึงมีค่อนข้างสูง ซึ่งไม่สามารถตอบสนองความต้องการใช้ได้ จึงจำเป็นต้องมีกระบวนการในการเก็บรักษา เช่น การอบแห้ง

ทั้งนี้ความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นสัมพัทธ์ของอากาศและความชื้นของผลิตภัณฑ์ทางการเกษตร เป็นสิ่งสำคัญต่อการหาสภาวะที่เหมาะสมในการอบแห้ง เช่น การหาไฮโอโซเทอมของถั่วเขียว (Chowdhury et al., 2006) การหาความชื้นสมดุลของพริกหวาน (Akin et al., 2009) ดังนั้นเพื่อเป็นประโยชน์ต่อกระบวนการการอบแห้ง และความคุ้มค่าด้านพลังงานที่ต้องสูญเสีย

<sup>1</sup> คณะวิทยาศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา วิทยาเขตสระแกร้ว สระแกร้ว 27160

<sup>1</sup> Faculty of Science and Social Science, Burapha University, Sakaeo Campus, Sakaeo, 27160

<sup>2</sup> ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ชลบุรี 20131

<sup>2</sup> Department of Physics, Faculty of Science, Burapha University, Chonburi, 20131

ใบ งานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาหาสมดุลความชื้นของกระเจี๊ยบแดงที่ความชื้นสัมพัทธ์ต่างๆ และหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับอธิบายการทดลองที่ได้

### อุปกรณ์และวิธีการ

กระเจี๊ยบแดงที่ใช้ในการวิจัยนี้ เป็นกระเจี๊ยบแดงจากเกษตรกร อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี โดยก่อนทำการวิจัยจะนำกระเจี๊ยบแดงมาแกะเมล็ดภายในออก และนำไปล้างน้ำสะอาดดัง Figure 1 ซึ่งกระเจี๊ยบแดงที่นำมาใช้เป็นตัวอย่างมีความชื้นเริ่มต้นประมาณร้อยละ 90 มาตรฐานเปียก หรือประมาณ 8.5 – 10.5 มาตรฐานแห้ง

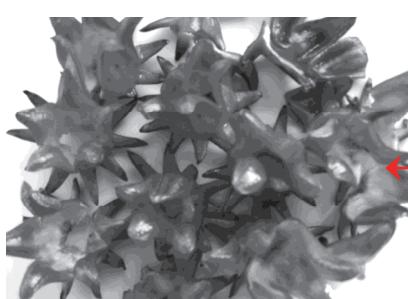


Figure 1 Sample (Roselle).

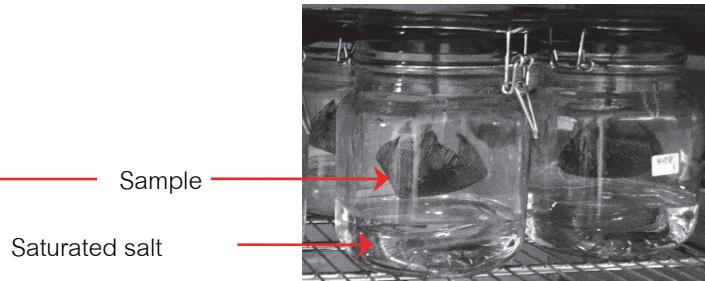


Figure 2 container used for determining ERH of Roselle.

การหาความชื้นสมดุล นำกระเจี๊ยบสดที่แกะเมล็ดแล้ว มาวางบนตะแกรงภายในขวดแก้วปิดสนิทซึ่งบรรจุสารละลายเกลืออิมิต้า 6 ชนิด ดัง Figure 2 ซึ่งจะให้ค่าความชื้นสัมพัทธ์ที่อุณหภูมิ 40 ถึง 60 °C ดังแสดงใน Table 1 (Oyelade et al., 2008; Lahsasni et al., 2002; Pahlevanzadeh and Yazadni, 2005) จากนั้นนำขวดแก้วเข้าตู้อบที่อุณหภูมิ 40 50 และ 60 °C ตามลำดับ และระหว่างการทดลองนำตัวอย่างกระเจี๊ยบมาซึ่งทุกๆ 72 ชั่วโมง จนกระทั่งน้ำหนักของกระเจี๊ยบแดงไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง จึงนำกระเจี๊ยบแดงไปหาค่าความชื้นด้วยตู้อบที่อุณหภูมิ 105 °C เป็นเวลา 48 ชั่วโมง

Table 1 Equilibrium relative humidity of saturated salt solutions at temperature range of 40 to 60 °C

Saturated salt solutions	KOH	MgCl <sub>2</sub> 6(H <sub>2</sub> O)	MgNO <sub>3</sub> 6(H <sub>2</sub> O)	KI	NaCl	KCl	K <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>
Equilibrium relative humidity	~ 5%	~ 30%	~ 45%	~ 65%	~ 75%	~ 80%	~ 95%

Table 2 Equilibrium moisture content models

Model name*	Model Equation**	Model name*	Model Equation**
1) MBET	$Me = \frac{(a + bT)(c)(Rh)}{(1 - Rh)((1 - Rh) + (c)(Rh))}$	4) MHE	$Me = \left( \frac{e^{(a + bT)}}{\ln(Rh)} \right)^{\frac{1}{c}}$
2) MCE	$Me = -\frac{1}{c} \left[ \frac{(T + b)\ln(Rh)}{-a} \right]$	5) MHDE	$Me = \left( -\frac{\ln(1 - Rh)}{a(T + b)} \right)^{\frac{1}{c}}$
3) MGAB	$Me = \frac{(a)(b) \left( \frac{c}{T} \right) (Rh)}{(1 - (b)(Rh)) \left[ (1 - (b)(Rh)) + (b) \left( \frac{c}{T} \right) (Rh) \right]}$	6) MOE	$Me = (a + bT) \left( \frac{Rh}{1 - Rh} \right)^{\frac{1}{c}}$

\* MBET = modified Brunauer, Emmett and Teller equation; MCE = modified Chung-Pfost equation; MGAB = modified Guggenheim, Anderson and de Boer equation; MHE = modified Halsey equation; MHDE = modified Henderson equation; and MOE = modified Oswin equation.

\*\* Me = equilibrium moisture content (%db); Rh = equilibrium relative humidity (decimal); T = temperature (°C); a, b and c = constants specific to individual equations.

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาสมการความชื้นสมดุล นั้นจะนำข้อมูลที่ได้จากการทดลองมาหาค่าพารามิเตอร์ของสมการที่แสดงใน Table 2 โดยใช้วิธี nonlinear regression ของโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ ซึ่งการเลือกใช้สมการที่เหมาะสมนั้นจะประเมินจากค่าโดยให้ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ ( $R^2$ ) ค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการพยากรณ์ (standard error of estimate, SEE) และค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เฉลี่ย (Mean relative Error, MRE) ดังสมการ

$$R^2 = \frac{\sum (Me_{exp} - Me_{pre})^2}{\sum Me_{exp}^2 \sum Me_{pre}^2} \quad (1)$$

$$SEE = \sqrt{\frac{\sum (Me_{exp} - Me_{pre})^2}{df}} \quad (2)$$

$$MRE = \frac{100}{n} \sum \left| \frac{Me_{exp} - Me_{pre}}{Me_{exp}} \right| \quad (3)$$

เมื่อ  $Me_{exp}$  คือความชื้นสมดุลที่ได้จากการทดลอง;  $Me_{pre}$  คือความชื้นสมดุลที่ได้จากการแบบจำลอง;  
 $n$  คือจำนวนข้อมูล และ  $df$  คือ degree of freedom of regression model

### ผล

ผลการทดลองการหาความชื้นสมดุลของกระเจี๊ยบแดงที่อุณหภูมิ 40, 50 และ 60 °C นั้น เมื่อนำข้อมูลที่ได้จากการทดลองมาเปรียบเทียบหาความสัมพันธ์ระหว่างความชื้นสมดุลกับค่าความชื้นสมพัทธ์ของอากาศ พบร่วมกันว่าความชื้นสมดุลของกระเจี๊ยบแดงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามค่าความชื้นสมพัทธ์ของอากาศ และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่ออุณหภูมิลดลง ดัง Figure 3

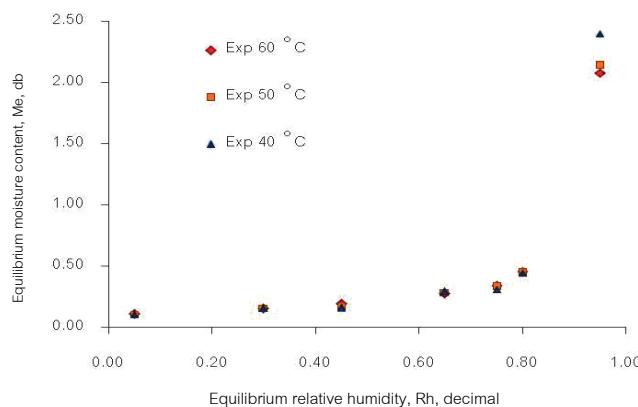


Figure 3 Relation of equilibrium moisture content of Roselle and relative humidity.

เมื่อทำการวิเคราะห์เพื่อหาสมการ และพารามิเตอร์ ที่เหมาะสมกับค่าความชื้นสมดุลของกระเจี๊ยบแดงทั้ง 3 อุณหภูมิ แล้ว พบร่วมกันว่าแบบจำลอง MHE (Modified Halsay Equation) ให้ค่าที่ใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการทดลองมากที่สุดเนื่องจากมีค่า  $R^2$  และ ค่า SEE กับ MRE ต่างกว่าแบบจำลองอื่น โดยแสดงค่าการตัดสินใจดังกล่าว และค่าพารามิเตอร์ ใน Table 3

Table 3 Parameters and determination criteria.

Model	Parameters			determination criteria		
	a	b	c	$R^2$	SSE	MRE
MBET	3.821721	-0.019110	0.002188	0.878794	0.212223	0.796936752
MCE	309.6644	158.9290	2.379184	0.616335	0.377565	1.141157369
MGAB	93.38597	0.896736	0.028931	0.951659	0.134031	0.485242628
MHE	-1.88134	-0.006211	0.972226	0.991737	0.055409	0.26200113
MHDE	0.006036	302.8710	0.427493	0.973794	0.098692	0.482354382
MOS	0.174078	-0.000843	0.960213	0.986287	0.071403	0.354428306

### วิจารณ์ผล

จากการทดลองที่ได้พบว่า ค่าความชื้นสมดุลของกระเจี๊ยบแดงในแต่ละค่าความชื้นสัมพัทธ์ของอากาศ ที่อุณหภูมิต่างๆ นั้น มีค่าใกล้เคียงกัน ดังนั้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จึงสามารถความชื้นสมดุลของค่าความชื้นสัมพัทธ์ของอากาศและอุณหภูมิเป็นตัวแปรต้น และกำหนดให้ ค่าความชื้นสมดุลของกระเจี๊ยบแดงเป็นตัวแปรตาม ซึ่งเมื่อเทียบผลของการทำนายของแบบจำลอง MHE และแบบจำลองอื่นๆ กับค่าที่ได้จากการทดลองที่อุณหภูมิ 60 °C พบร่วมแบบจำลอง MHE สามารถอธิบายความชื้นสมดุลของกระเจี๊ยบแดงได้ ดัง Figure 4 และการเปรียบเทียบแบบจำลอง MHE กับผลที่ได้จากการทดลองที่อุณหภูมิต่างๆ ดัง Figure 5

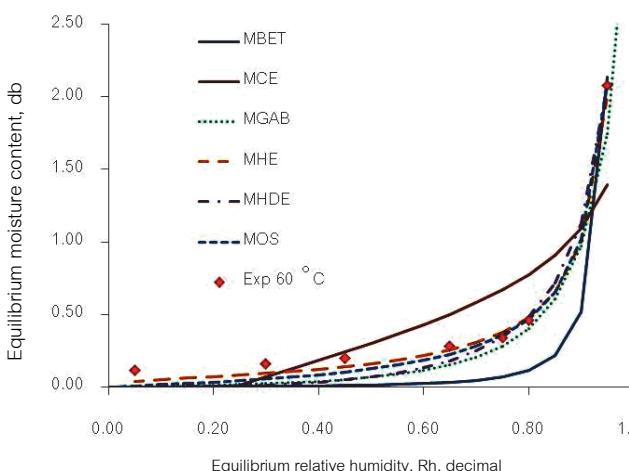


Figure 4 Comparison of models and experimental at 60 °C.

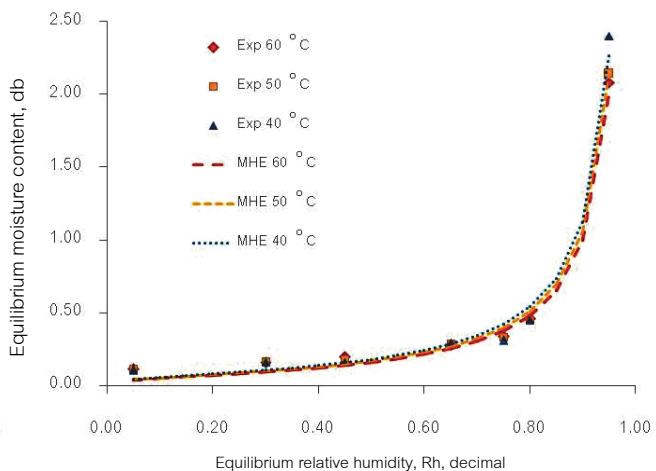


Figure 5 Comparison of MHE and experimental.

### สรุป

ค่าความชื้นสมดุลของกระเจี๊ยบแดงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเล็กน้อย เมื่อความชื้นสัมพัทธ์ของอากาศมีค่าเพิ่มขึ้นที่อุณหภูมิเดียวกัน และมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่ออุณหภูมิลดลง ทั้งนี้แบบจำลอง MHE ให้ค่าการทำนายผลที่ดีที่สุด และมีค่า  $R^2$  SEE และ MRE เท่ากับ 0.991737 0.055409 และ 26.20% ตามลำดับ โดยมีค่าพารามิเตอร์  $a$   $b$  และ  $c$  เท่ากับ -1.88134 -0.006211 และ 0.972226 ตามลำดับ

### คำขอคุณ

ผู้วิจัยขอขอบคุณคณบดีวิทยาศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา วิทยาเขตสระแก้ว ที่สนับสนุนทุนวิจัยครั้งนี้

### เอกสารอ้างอิง

- สุนทรี สิงหบุตร. 2535. สารคุณสมุนไพร 200 ชนิด. กรุงเทพฯ: คุณ39.
- Akin A., N. Özbalta and A. Güngör. 2009. Equilibrium moisture content and equations for fitting sorption isotherms of *Capsicum annuum*. GIDA 34 (4): 205-211.
- Chowdhury M.M.I., M.D. Huda, M.A. Hossain and M.S. Hassan. 2006. Moisture sorption isotherms for mungbean (*Vigna radiata* L.). Journal of Food Engineering 74: 462–467.
- Herrera-Arellano A., S. Flores-Romero, M.A. Chavez-Sotoc and J. Tortoriello. 2004. Effectiveness and tolerability of a standardized extract from *Hibiscus sabdariffa* in patients with mild to moderate hypertension : a controlled and randomized clinical trial. Phytomedicine 11: 375–382.
- Lahsasni S., M. Kouhila, M. Mahrouz and N. Kechaou. 2002. Experimental study and modelling of adsorption and desorption isotherms of prickly pear peel (*Opuntia ficus indica*). Journal of Food Engineering 55: 201–207.
- Lin, T. L., H.H. Lin, C.C. Chen, M.C. Lin, M.C. Chou and C.J. Wang. 2007. Hibiscus sabdariffa extract reduces serum cholesterol in men and women. Nutrition Research 27: 140–145.
- Oyelade O. J., T.Y. Tunde-Akintunde, J.C. Igbeka, M.O. Oke and O.Y. Raji. 2008. Modelling moisture sorption isotherms for maize flour. Journal of Stored Products Research 44: 179–185.
- Pahlevanzadeh H. and M. Yazdani. 2005. Moisture adsorption isotherms and isothermic energy for Almond. J. Food Eng 28: 331–345.